

PHÂN TÍCH UỐN TĨNH CỦA TẤM FGM KHÔNG HOÀN HẢO

Nguyễn Đình Du*, Nguyễn Bá Ngọc Thảo

Trường Đại học Lạc Hồng, Số 10 Huỳnh Văn Nghệ, Bàu Long, Biên Hòa, Đồng Nai, Việt Nam

*Tác giả liên hệ: nguyendinhdu@lhu.edu.vn

THÔNG TIN BÀI BÁO		TÓM TẮT
Ngày nhận:	15/06/2023	Bài báo lần đầu tiên sử dụng phương pháp giải tích để nghiên cứu đáp ứng uốn tĩnh của tấm làm bằng vật liệu biến đổi chức năng (FGM) không hoàn hảo về sự phân bố vật liệu, trong đó vật liệu tấm được tạo ra từ hai thành phần chủ yếu là gốm và kim loại. Phương trình cân bằng của tấm được thiết lập dựa trên lý thuyết biến dạng cắt dạng hàm lượng giác và nguyên lý công khả dĩ, lý thuyết tính toán được kiểm chứng thông qua so sánh với các công trình đã công bố. Bài báo cũng khảo sát một số yếu tố vật liệu, hình học đến đáp ứng uốn tĩnh của tấm, các kết quả nghiên cứu là tài liệu tham khảo có giá trị đối với các nhà thiết kế, chế tạo kết cấu FGM trong thực tế.
Ngày hoàn thiện:	25/11/2023	
Ngày chấp nhận:	10/01/2023	
Ngày đăng:	28/02/2024	
TỪ KHÓA		
Tấm FGM; Không hoàn hảo; Công khả dĩ; Phương pháp giải tích; Uốn tĩnh.		

STATIC BENDING ANALYSIS OF IMPERFECT FGM PLATES

Nguyen Dinh Du*, Nguyen Ba Ngoc Thao

Lac Hong University, No. 10 Huynh Van Nghe Str., Buu Long Ward, Bien Hoa City, Dong Nai Province, Vietnam

*Corresponding Author: nguyendinhdu@lhu.edu.vn

ARTICLE INFO		ABSTRACT
Received:	Jun 15 th , 2023	This is the first time to use an analytical method to study the static bending response of a plate made of imperfect functional graded materials (FGM) in terms of material distribution, in which materials were made of the two main components, ceramic and metal. The governing equation of this plate is established based on the theory of shear strain in the form of trigonometric functions and the work-energy principle. The calculation theory is verified through comparison with published works. The article also investigates some material parameters and geometrical factors that affect the static bending response of the FGM plate, and the research findings are a useful reference for designers and fabricators of FGM structures in practice.
Revised:	Nov 25 th , 2023	
Accepted:	Jan 10 th , 2023	
Published:	Feb 28 th , 2024	
KEYWORDS		
FGM plate; Imperfect; Work-energy principle; Analytical method; Static bending.		

Doi: <https://doi.org/10.61591/jslhu.16.378>Available online at: <https://js.lhu.edu.vn/index.php/lachong>.

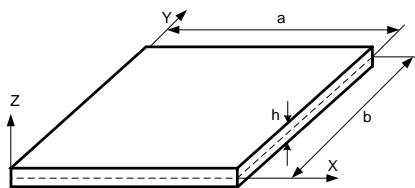
1. Đặt vấn đề

Cùng với sự phát triển của khoa học kỹ thuật, các vật liệu mới đã và đang được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, như vật liệu composite ba pha, vật liệu từ tính, vật liệu áp điện, vật liệu biến đổi chức năng,... Và một trong những vật liệu được dùng nhiều trong kỹ thuật là vật liệu biến đổi chức năng (tiếng anh Viết tắt là FGM), đây là loại vật liệu được chế tạo từ hai hay nhiều thành phần, nhưng loại thông dụng nhất là gốm và kim loại, chúng được pha trộn theo tỷ lệ nhất định để đảm bảo các đặc trưng cơ tính biến đổi trơn liên tục theo chiều dày của kết cấu. Cũng chính do được chế tạo từ hai thành phần vật liệu này, các kết cấu FGM có khả năng chịu được nhiệt độ cao, chịu được mài mòn, khả năng chịu tải cũng tốt hơn. Các kết cấu FGM thường được sử dụng trong các chi tiết đặc chủng như xây dựng làm vách ngăn lò phản ứng hạt nhân, chân vịt tàu thủy, động cơ đốt trong, động cơ tên lửa, vách ngăn phòng siêu âm, chụp X quang,... Cũng chính vì tầm quan trọng của nó mà việc nghiên cứu ứng xử cơ học của các kết cấu làm bằng vật liệu chức năng đã và đang được các nhà khoa học trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu [1-6].

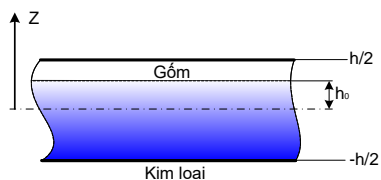
Trong quá trình chế tạo các kết cấu làm bằng vật liệu chức năng, có thể xuất hiện nhiều dạng khuyết tật khác nhau như sai lệch hình dáng, xuất hiện các lỗ rỗng vi mô, xuất hiện các vết nứt tế vi, sự phân bố không hoàn hảo về vật liệu. Việc xuất hiện các dạng khuyết tật này làm giảm đáng kể khả năng làm việc của kết cấu, do vậy bài báo này sử dụng phương pháp giải tích để đưa ra lời giải chính xác đối với bài toán uốn tĩnh của tấm FGM không hoàn hảo về vật liệu, các kết quả nghiên cứu này có ý nghĩa định hướng cho việc thiết kế, chế tạo và sử dụng các kết cấu làm bằng vật liệu FGM một cách có hiệu quả nhất.

2. Đặt bài toán và xây dựng lời giải

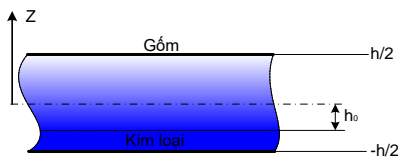
Xét tấm FGM có chiều dài các cạnh lần lượt là a và b , chiều dày tấm h được mô tả như trên hình 1.



Hình 1. Mô hình tấm FGM không hoàn hảo



Hình 2. Sự phân bố vật liệu tấm FGM không hoàn hảo loại I



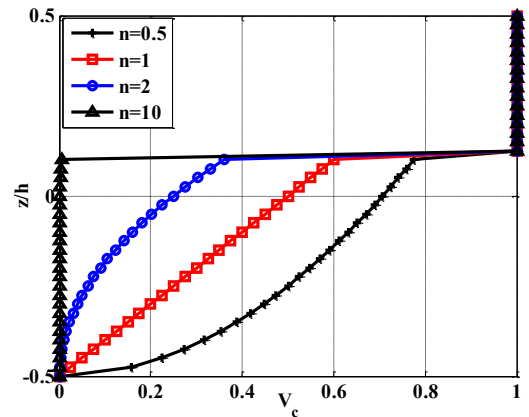
Hình 3. Sự phân bố vật liệu tấm FGM không hoàn hảo loại II

Giả thiết tấm làm việc trong giai đoạn đàn hồi, vật liệu tấm được pha trộn bởi 2 thành phần là kim loại và gốm với

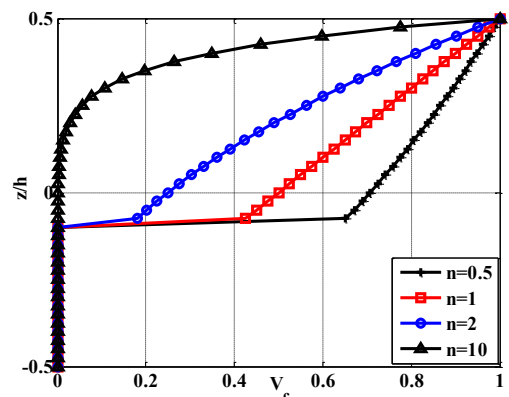
tỷ lệ thay đổi liên tục theo chiều dày tấm với hàm số mũ, cụ thể như công thức (1)-(3) ở phần dưới. Tấm chịu tải trọng phân bố đều tác dụng vuông góc với bề mặt trên của tấm. Cần xác định chuyển vị uốn của tấm FGM này.

Quan hệ giữa tỷ lệ thể tích của gốm (V_c) và tỷ lệ thể tích của kim loại (V_m) theo công thức:

$$V_m + V_c = 1 \tag{1}$$



Hình 4. Sự phân bố tỷ lệ V_c tấm FGM không hoàn hảo loại I ứng với trường hợp $h_0 = h/10$



Hình 5. Sự phân bố tỷ lệ V_c tấm FGM không hoàn hảo loại II ứng với trường hợp $h_0 = h/10$

Đối với tấm FGM không hoàn hảo loại I, các đặc trưng cơ tính (Mô đun đàn hồi E , hệ số Poisson ν) phụ thuộc vào chiều dày như sau:

$$\begin{cases} \{E_1, \nu_1\} = \{E_m, \nu_m\} + (\{E_c, \nu_c\} - \{E_m, \nu_m\})V_c & -0.5h \leq z \leq 0 \\ \{E_2, \nu_2\} = \{E_m, \nu_m\} + (\{E_c, \nu_c\} - \{E_m, \nu_m\})V_c & 0 \leq z \leq h_0 \\ \{E_3, \nu_3\} = \{E_c, \nu_c\} & h_0 \leq z \leq 0.5h \end{cases} \tag{2}$$

còn đối với dầm FGM không hoàn hảo loại II thì các đặc trưng cơ tính biến đổi theo quy luật:

$$\begin{cases} \{E_1, \nu_1\} = \{E_m, \nu_m\} & -0.5h \leq z \leq -h_0 \\ \{E_2, \nu_2\} = \{E_m, \nu_m\} + (\{E_c, \nu_c\} - \{E_m, \nu_m\})V_c & -h_0 \leq z \leq 0 \\ \{E_3, \nu_3\} = \{E_m, \nu_m\} + (\{E_c, \nu_c\} - \{E_m, \nu_m\})V_c & 0 \leq z \leq 0.5h \end{cases} \tag{3}$$

trong đó $V_c = \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^n$. Như vậy có thể thấy rằng nếu $h_0=0.5h$ thì tấm có vật liệu phân bố trơn liên tục theo chiều dày, trường hợp này gọi là tấm FGM hoàn hảo.

Trên hình 4 và hình 5 thể hiện sự phân bố tỷ lệ thể tích của vật liệu gồm V_c theo chiều dày ứng với trường hợp $h_0 = h/10$.

Trường chuyển vị của tấm sử dụng để tính toán có dạng sau:

$$\begin{cases} \{u, v\}(x, y, z) = -z\partial w_b / \{\partial x, \partial y\} - f_z \partial w_s / \{\partial x, \partial y\} \\ w(x, y, z) = w_b(x, y) + w_s(x, y) \end{cases} \quad (4)$$

trong đó hàm $f_z = z - (h/\pi)\sin(z\pi/h)$. Đây là trường chuyển vị có tính đến cả thành phần chuyển vị uốn w_b và thành phần chuyển vị cắt w_s , hàm f_z phải thỏa mãn điều kiện biên của ứng suất tại mặt trên và mặt dưới của tấm phẳng bằng không. Việc sử dụng lý thuyết biến dạng cắt như biểu thức (4) sẽ đơn giản hơn rất nhiều so với các lý thuyết biến dạng cắt bậc ba đầy đủ hoặc bậc 3 của Reddy, đồng thời lý thuyết này cũng không cần đến bất kỳ hệ số hiệu chỉnh cắt nào, nhưng vẫn mô tả đầy đủ và chính xác đáp ứng cơ học của tấm, đây là một số ưu điểm của lý thuyết này.

Từ đó tính được các thành phần biến dạng của tấm:

$$\varepsilon = z\varepsilon_z + f_z \varepsilon_f; \gamma_s = g_z \gamma_{s0} \quad (5)$$

trong đó

$$\begin{aligned} \varepsilon_z &= \{\varepsilon_{zx}, \varepsilon_{zy}, \varepsilon_{zxy}\}^T; \varepsilon_f = \{\varepsilon_{fx}, \varepsilon_{fy}, \varepsilon_{fxy}\}^T; \\ \gamma_{s0} &= \{\gamma_{sxz}, \gamma_{szy}\}^T; \varepsilon_{zx} = -\partial^2 w_b / \partial x^2; \varepsilon_{zy} = -\partial^2 w_b / \partial y^2; \\ \varepsilon_{zxy} &= -2\partial^2 w_b / \partial x \partial y; \varepsilon_{fx} = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}; \varepsilon_{fy} = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2}; \quad (6) \\ \varepsilon_{fxy} &= -2\partial^2 w_s / \partial x \partial y; \gamma_{sxz} = \partial w_s / \partial x; \\ \gamma_{szy} &= \partial w_s / \partial y; g_z = 1 - df_z / dz \end{aligned}$$

Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng của lớp thứ i tuân theo định luật Hooke như sau:

$$\begin{cases} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^i = \frac{E_i}{1-\nu_i^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_i & 0 \\ \nu_i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_i)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^i = \mathbf{G}_b^i \varepsilon^i \\ \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}^i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}^i = \mathbf{G}_s^i \gamma_s^i \end{cases} \quad (7)$$

Tích phân theo chiều dày tấm, ta thu được các thành phần nội lực của tấm FGM không hoàn hảo bao gồm các thành phần mô men và lực cắt có dạng sau:

$$\begin{cases} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_i \int_h^{h_{i+1}} \mathbf{G}_b^i \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^i [z, f_z] dz = [\mathbf{A}_z, \mathbf{B}_f] \varepsilon_z + [\mathbf{B}_f, \mathbf{D}_f] \varepsilon_f \\ \begin{Bmatrix} Q_{xz} \\ Q_{yz} \end{Bmatrix} = \sum_i \int_h^{h_{i+1}} \mathbf{G}_s^i \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}^i dz = \mathbf{A}_s \gamma_{s0} \end{cases} \quad (8)$$

trong đó các ma trận hệ số xác định như sau:

$$\{\mathbf{A}_z, \mathbf{B}_f, \mathbf{D}_f\} = \sum_i \int_h^{h_{i+1}} \mathbf{G}_b^i \{z^2, zf_z, f_z^2\} dz; \mathbf{A}_s = \sum_i \int_h^{h_{i+1}} \mathbf{G}_s^i g_z dz \quad (9)$$

Để thiết lập phương trình cân bằng cho tấm, bài báo sử dụng nguyên lý công khả dĩ như sau:

$$\delta \Pi_{nl} - \delta \Pi_{ng} = 0 \quad (10)$$

trong đó $\delta \Pi_{nl}, \delta \Pi_{ng}$ là công khả dĩ của nội lực và ngoại lực tác dụng lên tấm FGM.

Biểu thức công khả dĩ của nội lực được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \delta \Pi_{nl} &= \int_{\Omega} \sum_i \int_h^{h_{i+1}} \left(\begin{aligned} &(\sigma_x)^i \delta(\varepsilon_x)^i + (\sigma_y)^i \delta(\varepsilon_y)^i \\ &+ (\tau_{xy})^i \delta(\gamma_{xy})^i + (\tau_{xz})^i \delta(\gamma_{xz})^i \\ &+ (\tau_{yz})^i \delta(\gamma_{yz})^i \end{aligned} \right) dz d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \sum_i \int_h^{h_{i+1}} \left(\begin{aligned} &-M_x \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial x^2} - S_x \frac{\partial^2 \delta w_s}{\partial x^2} - M_y \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial y^2} \\ &-S_y \frac{\partial^2 \delta w_s}{\partial y^2} - 2M_{xy} \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial x \partial y} \\ &-2S_{xy} \frac{\partial^2 \delta w_s}{\partial x \partial y} + Q_{xz} \frac{\partial \delta w_s}{\partial x} + Q_{yz} \frac{\partial \delta w_s}{\partial y} \end{aligned} \right) dz d\Omega \end{aligned} \quad (11)$$

Biểu thức công khả dĩ của ngoại lực được xác định như sau:

$$\delta \Pi_{nl} = \int_{\Omega} q \delta w dA = \int_{\Omega} q \delta (w_b + w_s) d\Omega \quad (12)$$

trong đó q là tải trọng phân bố đều tác dụng lên tấm. Thay các biểu thức (11) và (12) vào phương trình (10), ta rút ra được hai phương trình cân bằng theo hai biến w_b và w_s như sau:

$$\begin{aligned} \delta w_b: \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + q &= 0 \\ \delta w_s: \frac{\partial^2 S_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 S_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 S_y}{\partial y^2} + \frac{\partial F_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial F_{yz}}{\partial x} + q &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Để giải phương trình cân bằng (13), ta sử dụng lời giải của Navier, xét tấm chịu liên kết tựa đơn trên tất cả các cạnh, nghiệm dạng chuỗi lượng giác kép như sau:

$$\begin{aligned} w_b(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} D_{bmn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ w_s(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} D_{smn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

trong đó D_{bmn} và D_{smn} là biên độ của các chuyển vị. Đối với lời giải dạng Navier, biểu thức ngoại lực tác dụng:

$$q(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16Q_0}{\pi^2 mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (15)$$

trong đó Q_0 là biên độ ngoại lực. Thay các biểu thức (14) và (15) vào phương trình (13), rút ra được phương trình

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_{bmn} \\ D_{smn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_b \\ Q_s \end{Bmatrix} \quad (16)$$

trong đó các hệ số trong phương trình (16) được xác định như sau:

$$\begin{aligned} K_{11} &= \chi^4 A_{z11} + 2A_{z12} \chi^2 \varphi^2 + A_{z12} \varphi^4 + 4A_{z33} \chi^2 \varphi^2 \\ K_{12} &= \varphi^4 B_{f11} + 2B_{f12} \chi^2 \varphi^2 + B_{f12} \chi^4 + 4B_{f33} \chi^2 \varphi^2 \\ K_{21} &= \chi^4 B_{f11} + 2B_{f12} \chi^2 \varphi^2 + B_{f12} \varphi^4 + 4B_{f33} \chi^2 \varphi^2 \\ K_{22} &= \varphi^4 D_{f11} + 2D_{f12} \chi^2 \varphi^2 + D_{f12} \chi^4 + 4D_{f33} \chi^2 \varphi^2 + A_{s11} \chi^2 + A_{s22} \varphi^2 \\ Q_b &= Q_s = \frac{16Q_0}{\pi^2 mn}; \quad \chi = \pi/a; \varphi = \pi/b \end{aligned} \quad (17)$$

Như vậy các hệ số K_{ij} ở vế trái của phương trình (16) phụ thuộc vào các đặc trưng hình học và vật liệu của tấm, còn vế phải phụ thuộc vào ngoại lực tác dụng lên tấm FGM. Giải phương trình (16), ta sẽ thu được các ẩn D_{bmn} và D_{smn} , từ đó sẽ xác định được biểu thức chuyển vị w tại bất kỳ điểm nào trên tấm.

3. Kết quả tính toán và thảo luận

3.1 Kiểm chứng độ tin cậy

Xét tấm FGM hoàn hảo, chế tạo từ gốm và kim loại có các thông số: tấm vuông cạnh a , $h = a/10$, $E_c = 380$ GPa, $E_m = 70$ GPa, $\nu_c = \nu_m = 0.3$. Chuyển vị lớn nhất không thứ nguyên được so sánh $w^* = 10w_{\max}h^3E_c/Pa^4$. Kết quả so sánh trong bảng 1 với kết quả trong tài liệu [5] thể hiện sự tin cậy của lý thuyết tính toán, sai số lớn nhất giữa các kết quả là 1.68%.

Bảng 1. So sánh chuyển vị lớn nhất của tấm FGM hoàn hảo

	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 10$
[5]	0.46	0.92	1.19	1.58
Bài báo	0.46	0.92	1.17	1.56
Sai số	0(%)	0(%)	1.68(%)	1.26(%)

3.2 Khảo sát ảnh hưởng của một số tham số

Xét tấm FGM không hoàn hảo về vật liệu có các thông số như sau: $a = b = 1$ m, chiều dày h , các đặc trưng cơ tính vật liệu được lấy như ở mục 3.1, thông số để khảo sát là chuyển vị không thứ nguyên lớn nhất $w^* = 100w_{\max}h^3E_c/Pa^4$.

- Khảo sát ảnh hưởng của chỉ số mũ thể tích k : bảng 2 và bảng 3 trình bày kết quả tính toán chuyển vị lớn nhất của tấm phụ thuộc vào chỉ số mũ thể tích và chiều dày h_0 đối với tấm FGM không hoàn hảo loại I và loại II, các kết quả tính toán chỉ ra rằng khi tăng chỉ số mũ thể tích k thì chuyển vị lớn nhất của tấm FGM tăng lên, điều này là do khi chỉ số mũ thể tích tăng lên, cũng có nghĩa rằng tỷ lệ thể tích vật liệu gốm trong tấm giảm xuống, do đó “độ cứng” của tấm giảm xuống, nên chuyển vị của tấm sẽ tăng lên.

Bảng 2. Chuyển vị lớn nhất của tấm FGM không hoàn hảo loại I phụ thuộc chỉ số mũ thể tích k ($b/a = 1$)

h_0	$k = 0.5$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 10$
0.05	6.31	7.13	7.66	7.85
0.1	6.32	7.15	7.70	7.94
0.2	6.36	7.25	7.90	8.36
0.5	6.56	7.75	9.06	13.58

Bảng 3. Chuyển vị lớn nhất của tấm FGM không hoàn hảo loại II phụ thuộc chỉ số mũ thể tích k ($b/a = 1$)

h_0	$k = 0.5$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 10$
0.05	8.22	8.63	9.42	13.91
0.1	8.16	8.58	9.39	13.91
0.2	7.95	8.44	9.32	13.91
0.5	6.65	7.85	9.20	13.91

- Khảo sát ảnh hưởng của tỷ lệ chiều dài hai cạnh tấm b/a : bảng 4 và bảng 5 thể hiện chuyển vị lớn nhất của tấm FGM không hoàn hảo loại I và loại II. Có thể thấy rằng khi tỷ lệ b/a tăng lên, chuyển vị lớn nhất của tấm cũng tăng lên, điều này cũng có nghĩa rằng khi tỷ lệ chiều dài hai cạnh tấm càng lớn, thì khả năng chịu tải của tấm giảm xuống.

Bảng 4. Chuyển vị lớn nhất của tấm FGM không hoàn hảo loại I phụ thuộc tỷ lệ chiều dài hai cạnh b/a ($k = 1$)

h_0	$b/a = 0.5$	$b/a = 1$	$b/a = 2$	$b/a = 4$
0.05	1.16	7.13	17.48	21.49
0.1	1.17	7.15	17.53	21.54
0.2	1.18	7.25	17.76	21.82
0.5	1.26	7.75	18.99	23.34

Bảng 5. Chuyển vị lớn nhất của tấm FGM không hoàn hảo loại II phụ thuộc tỷ lệ chiều dài hai cạnh b/a ($k = 1$)

h_0	$b/a = 0.5$	$b/a = 1$	$b/a = 2$	$b/a = 4$
0.05	1.44	8.63	21.01	25.78
0.1	1.42	8.58	20.93	25.68
0.2	1.40	8.44	20.59	25.28
0.5	1.30	7.85	19.16	23.51

4. Kết luận chung

Bài báo trình bày nghiên cứu uốn tĩnh của tấm FGM không hoàn hảo về sự phân bố vật liệu dựa trên lời giải dạng giải tích, trong đó các công thức tính toán xuất phát từ lý thuyết biến dạng cắt dạng hàm lượng giác kiểu mới. Kiểm chứng độ tin cậy của lý thuyết tính toán được tiến hành thông qua so sánh với các công trình đã công bố. Bài báo cũng đưa ra một số kết quả tính toán để thể hiện rõ ảnh hưởng của một số tham số hình học, vật liệu đến đáp ứng uốn tĩnh của tấm FGM không hoàn hảo.

5. Tài liệu tham khảo

- [1] Viet, D. N.; Binh, V. P. Static bending, free vibration, and buckling analyses of two-layer FGM plates with shear connectors resting on elastic foundations. *Alexandria Engineering Journal*, 2023, 62, pp. 369- 390.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2022.07.038>
- [2] Nam, H. V.; Duc, H. D.; Khoa, M. N.; Thom, D. V.; Hong, T. T. Phase-field buckling analysis of cracked stiffened functionally graded plates. *Composite Structures*, 2019, 217, pp. 50-59.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.03.014>
- [3] Aman, G.; Chalak, H. D.; Anupam, C. Bending analysis of functionally graded sandwich plates using Hozt including transverse displacement effects. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2022, 50 (10), pp. 3563-3577.
DOI: <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1814157>
- [4] Ouinas, D.; Fekirini, H.; Olay, J. A.; Achour, B.; Boukendakdji, M. New hybrid HSDT for bending, free vibration, and buckling analysis of FGM plates (2D & quasi-3D). *Smart Structures and Systems*, 2022, 29 (3), pp. 395-420.
DOI: <https://doi.org/10.12989/sss.2022.29.3.395>
- [5] Zenkour, A. M. Generalized shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, 30 (1), pp. 67-84
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2005.03.009>